第 1 講

数と式(1)

講義 1　（講義映像①）

〈電子黒板 1－1 ①〉

〈展開〉

$(a+b)(c+d)$

◯ × ◯

それぞれのカッコから，
１つずつ取り出して掛ける

〈乗法の公式〉

$\boxed{acx^2}$　$\boxed{bd}$

$$(ax+b)(cx+d) = \underbrace{ac}_{x^2\text{の係数}}x^2 + \underbrace{(ad+bc)}_{x\text{の係数}}x + \underbrace{bd}_{\text{定数項}}$$

$\boxed{bcx}$　$\boxed{adx}$

例　$(3x-2)(4x+3)$

例　$(2x+1)(6x^2-3x+2)$

例　$(a+b+c)(a-3b+2c)$

例　$(a-b)(a^2-2ab+b^2)$

〈電子黒板 1－1 ②〉

〈3次式の展開公式〉

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

講義 2　（講義映像②）

〈電子黒板 1－2 ①〉

〈因数分解の工夫①〉

> 2種類以上の文字を含む式 ⇨ 次数の低い文字に着目

〈例〉　$a^2+b^2+2bc+2ca+2ab$

$$
\begin{aligned}
&=(2b+2a)c+(a^2+b^2+2ab)\\
&=2(a+b)c+(a+b)^2\\
&=(a+b)(2c+a+b)\\
&=(a+b)(a+b+2c)
\end{aligned}
$$

〈電子黒板 1－2 ②〉

〈因数分解の工夫②〉

> 2種類以上の文字を含む式 ⇨ たすきがけ

〈例〉　$x^2-3xy+2y^2-5x+7y+6$

$$
\begin{aligned}
&=x^2-3xy-5x+2y^2+7y+6\\
&=x^2+(-3y-5)x+(2y+3)(y+2)\\
&=(x-2y-3)(x-y-2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & \times & -2y-3 & \rightarrow & -2y-3\\
1 & & -y-2 & \rightarrow & -y-2\\
\hline
 & & & & -3y-5
\end{array}
$$

〈因数分解の工夫③〉

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ の利用（複2次式）

〈例〉 $x^4 + 4$

$= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2$

$= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$

$= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$

$= (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

講義問題 2 　　　　**理解度□□□**

次の式を因数分解せよ。

(1)　$2x^2-7xy+6y^2+10x-17y+12$

(2)　x^4+x^2+1

講義 3 （講義映像③）

〈電子黒板 1 − 3 ①〉

〈根号を含む式の計算〉

分母に根号を含まない式に変形する（有理化）

〈例〉 $$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

講義問題 3　　　　理解度□□□

1　次の式の分母を有理化せよ。

(1)　$S=\dfrac{1}{1+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}}+\dfrac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{45}+\sqrt{49}}$

(2)　$T=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

〈2重根号の外し方〉

$$\sqrt{\underset{\boxed{\text{和}}}{\underline{a+b}}+2\sqrt{\underset{\boxed{\text{積}}}{\underline{ab}}}}=\sqrt{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

（ただし，$a>0$，$b>0$ とする）

□2　次の式を簡単にせよ。

(1)　$\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

(2)　$\sqrt{9+2\sqrt{14}}$

(3)　$\sqrt{8+4\sqrt{3}}$

(4)　$\sqrt{5+\sqrt{21}}$

第1講　（復習問題）

復習問題 1　　定着度□□□

次の式を展開せよ。

(1)　$(a+3b)(a+3b-1)$

(2)　$(x-2y)^3$

復習問題 2　　定着度□□□

次の式を因数分解せよ。

(1)　$3x^2-2xy-4x+4y-4$

(2)　x^4-8x^2+4

復習問題 3　　定着度□□□

次の式を簡単にせよ。

(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

(2)　$\sqrt{4+\sqrt{15}}$

〈復習問題の解答〉

問題 1

(1) $(a+3b)(a+3b-1)$

$=(a+3b)\{a+(3b-1)\}$

$=a^2+(3b+3b-1)a+3b(3b-1)$

$=\boldsymbol{a^2+6ab+9b^2-a-3b}$

(別解)

$(a+3b)(a+3b-1)$

$=(a+3b)\{(a+3b)-1\}$

$=(a+3b)^2-(a+3b)$

$=\boldsymbol{a^2+6ab+9b^2-a-3b}$

(2) $(x-2y)^3$

$=x^3-3x^2\cdot 2y+3x(2y)^2-(2y)^3$

$=\boldsymbol{x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3}$

問題 2

(1) $3x^2-2xy-4x+4y-4$

$=(-2x+4)y+3x^2-4x-4$

$=-2(x-2)y+(3x+2)(x-2)$

$=(x-2)(-2y+3x+2)$

$=\boldsymbol{(x-2)(3x-2y+2)}$

(2) x^4-8x^2+4

$=x^4-4x^2+4+4x^2-8x^2$

$=(x^2-2)^2-4x^2$

$=(x^2-2)^2-(2x)^2$

$=(x^2-2+2x)(x^2-2-2x)$

$=\boldsymbol{(x^2+2x-2)(x^2-2x-2)}$

問題 3

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7})}$

$\quad -\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7})}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}-(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7})}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{7})^2}$

$=\dfrac{2\sqrt{7}}{7+2\sqrt{10}-7}$

$=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$

$=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{70}}{10}}$

(2) $\sqrt{4+\sqrt{15}}$

$=\sqrt{\dfrac{8+2\sqrt{15}}{2}}$

$=\sqrt{\dfrac{5+3+2\sqrt{5\cdot 3}}{2}}$

$=\sqrt{\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}}$